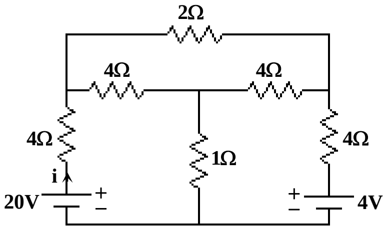
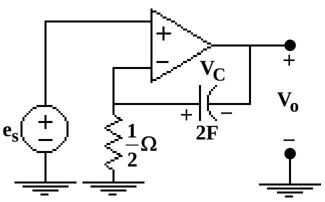
سؤالات مدار الکتریکی ۱ و ۲

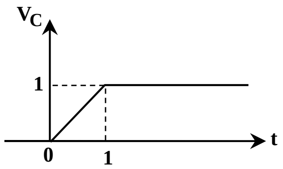
۱۶ـ در مدار مقاومتی زیر، جریان i چند آمپر است؟



۱) ۲/۵
۲) ۳/۷
۳) $\frac{۴۳}{۱۵}$
۴) $\frac{۵۳}{۱۵}$

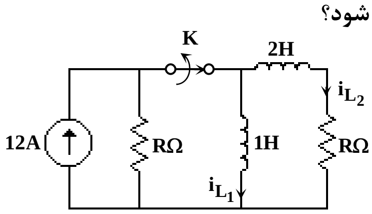
۱۷ـ در مدار زیر، تقویت‌کننده عملیاتی ایده‌آل و شکل موج ولتاژ دو سر خازن مطابق شکل زیر است. ولتاژ خروجی $V_0(t)$ در بازه $0 < t < 1$ با چه عبارتی داده می‌شود؟





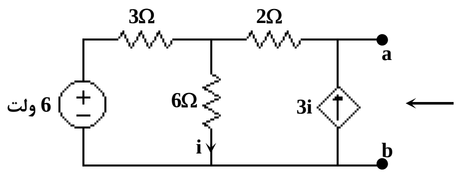
۱) ۱ − t
۲) −۱ + t
۳) (۱ + t)
۴) −(۱ + t)

۱۸ـ در مدار زیر، R چقدر باشد تا یک ثانیه پس از باز شدن کلید K جریان عبوری از سلف ۱H برابر ۲A شود؟



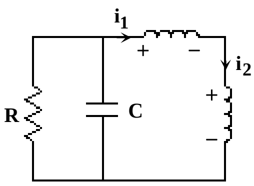
۱) Ln۲
۲) Ln۴
۳) Ln۸
۴) Ln۱۶

۱۹ـ مدار معادل شکل زیر از دو سر b و a کدام است؟



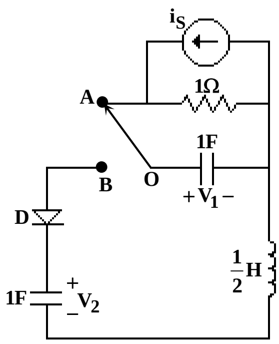
۱) یک منبع جریان نابسته
۲) یک منبع ولتاژ نابسته
۳) یک مقاومت
۴) یک منبع ولتاژ سری با یک مقاومت

۲۰ـ در مدار زیر، سلف‌های غیرخطی با مشخصه‌های $\phi_1 = -i_1^3$ و $\phi_2 = i_2^3 + i_2$ داده شده است. اگر $R = \frac{1}{2}\Omega$، $0 < C < 1$ و i_1 پاسخ این مدار باشد، پاسخ این مدار چگونه است؟



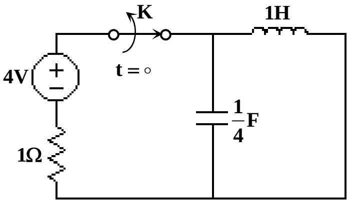
۱) میرای ضعیف
۲) میرای شدید
۳) میرای بحرانی
۴) نوسانی

۲۱ـ در مدار زیر، $i_s = 2u(-t)$ و شرط اولیه $V_2(0^+) = 1$ ولت است. اگر در لحظه $t = 0$ کلید را از وضعیت OA به وضعیت OB بچرخانیم، مدت زمان هدایت دیود ایده‌آل D چند ثانیه خواهد بود؟



۱) $\frac{\pi}{4}$
۲) $\frac{\pi}{2}$
۳) $\frac{3\pi}{4}$
۴) π

۲۲ــ در مدار زیر کلید K مدت زمان زیادی بسته بوده است. آن را در لحظه $t=0$ باز می‌کنیم. مسیر حالت برای $t>0$، روی کدام معادله قرار دارد؟



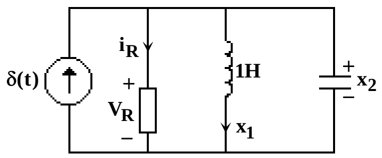
۱) $4x_1^2+16x_2^2=1$

۲) $x_1^2+4x_2^2=16$

۳) $x_1^2+64x_2^2=16$

۴) $4x_1^2+x_2^2=64$

۲۳ــ در مدار غیرخطی زیر، بار خازن $q=x_2^2$، جریان مقاومت غیرخطی $i_R=\frac{1}{V_R}$ و سلف 1H خطی است. معادلات حالت این مدار کدام است؟



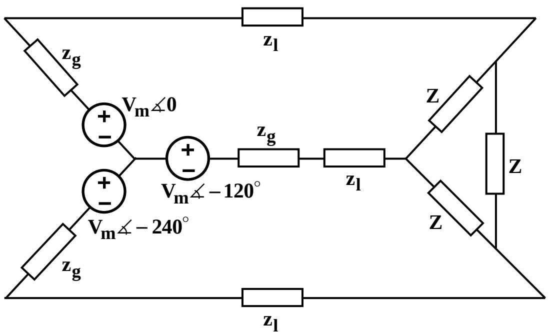
۱) $\begin{cases}\dot{x}_1=x_2\\ \dot{x}_2=\frac{-1}{2x_2^2}-\frac{x_1}{2x_2}+\frac{\delta(t)}{2x_2}\end{cases}$

۲) $\begin{cases}\dot{x}_1=x_2\\ \dot{x}_2=\frac{-1}{x_2^2}-\frac{x_1}{x_2}+\frac{\delta(t)}{x_2}\end{cases}$

۳) $\begin{cases}\dot{x}_1=x_2\\ \dot{x}_2=\frac{1}{2x_2^2}-\frac{x_1}{2x_2}-\frac{\delta(t)}{2x_2}\end{cases}$

۴) $\begin{cases}\dot{x}_1=x_2\\ \dot{x}_2=\frac{-1}{2x_2^2}+\frac{x_1}{2x_2}+\frac{\delta(t)}{2x_2}\end{cases}$

۲۴ــ در مدار زیر، Z چقدر باشد تا ماکزیمم توان دریافتی را داشته باشد؟



$z_g=0/2+j0/5$

$z_l=0/8+j0/1$

$Z=R+jX$

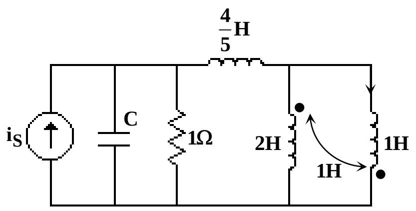
۱) $z=0/6-j$

۲) $z=1-j0/6$

۳) $z=1/8-j3$

۴) $z=3-j1/8$

۲۵ــ در مدار زیر با ورودی i_S ظرفیت خازن C چند فاراد باشد تا مدار فرکانس طبیعی مضاعف داشته باشد؟



۱) ۱

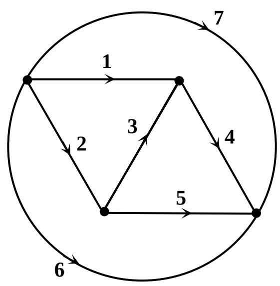
۲) $\frac{1}{2}$

۳) $\frac{1}{4}$

۴) $\frac{1}{8}$

۲۶ــ اگر حلقه‌های اساسی در یک گراف به‌صورت مقابل باشند: {۲۱۳,۴۳۵,۷۱۳۵,۶۱۳۵}

درخت متناظر و کات‌ست‌های اساسی آن کدام‌اند؟



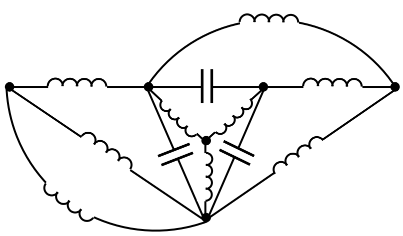
۱) درخت ۱۳۵ و {۵۶۴۷و ۳۲۶۴۷و ۱۲۶۷}

۲) درخت ۲۳۴ و {۵۶۴۷و ۳۲۶۴۷و ۱۲۶۷}

۳) درخت ۶۴۳ و {۴۵۲۱و ۲۳۵و ۶۲۱۷}

۴) درخت ۷۱۳ و {۷۴۵۶و ۱۲۴۵و ۲۳۵}

۲۷ــ مرتبه مدار زیر و تعداد فرکانس‌های طبیعی ناصفر آن به‌ترتیب کدام است؟



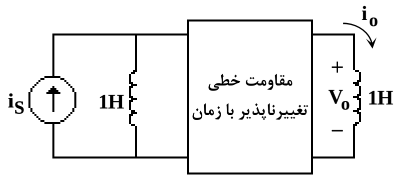
۱) ۸ و ۲

۲) ۸ و ۴

۳) ۸ و ۶

۴) ۱۰ و ۲

۲۸ـ در مدار زیر تابع تبدیل $H(S)=\frac{I_o}{I_S}=\frac{۲S}{S^۲+۲S+۳}$ است. اگر به جای هر یک از دو سلف، یک خازن ۱F قرار داده شود، به‌ازای $i_S=\cos t$ ولتاژ V_o در مدار جدید چقدر است؟



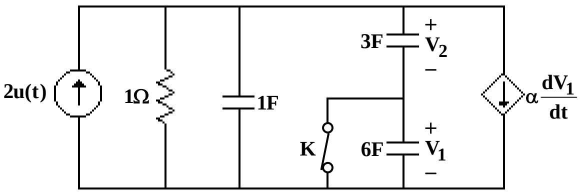
۱) $\sqrt{۲}\cos(t-۱۳۵^\circ)$

۲) $\sqrt{۲}\cos(t+۱۳۵^\circ)$

۳) $\frac{۱}{\sqrt{۲}}\cos(t+۱۳۵^\circ)$

۴) $\frac{۱}{\sqrt{۲}}\cos(t-۱۳۵^\circ)$

۲۹ـ شرایط اولیه در مدار زیر همگی صفر و کلید K بسته است. اگر کلید را برای $t_\circ>\circ$ باز کنیم، به ازای کدام مقدار α ثابت زمانی مدار برای زمان‌های بعد از باز شدن کلید همانند ثابت زمانی مدار قبل از باز شدن کلید باقی خواهد ماند؟



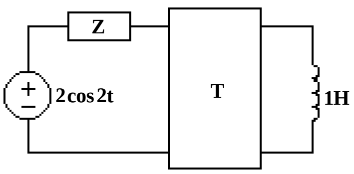
۱) ۶

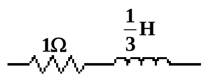
۲) ۳

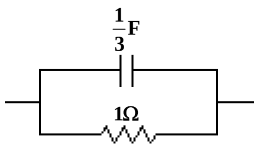
۳) -۳

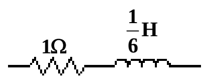
۴) -۶

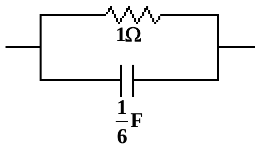
۳۰ـ در مدار زیر، شبکه دوقطبی با ماتریس $T=\begin{bmatrix}۲ & ۳\\ ۲s & ۱\end{bmatrix}$ توصیف شده است. امپدانس Z چقدر می‌تواند باشد تا ماکزیمم توان به دوقطبی تحویل داده شود؟



۱) 

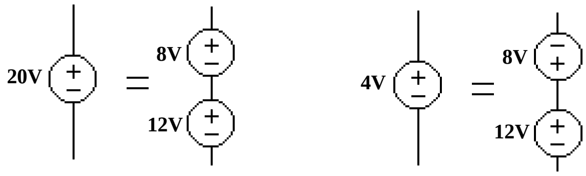
۲) 

۳) 

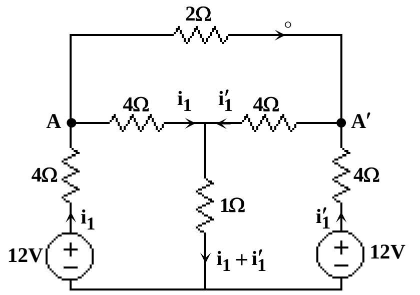
۴) 

پاسخنامه مدار الکتریکی ۱ و ۲

۱۶ـ گزینه «۳» برای حل این تست می‌توان از روش‌های روتین تحلیل مدار همچون روش تحلیل مش استفاده کرد، اما با توجه به تقارن مقاومت‌های مدار می‌توان تست را ساده‌تر نیز پاسخ داد. ابتدا منبع ۴ ولت را به‌صورت دو منبع سری ۱۲ و ۸ ولت با پلاریته‌ی مخالف و منبع ۲۰ ولت را به شکل دو منبع سری ۱۲ و ۸ ولت با پلاریته‌ی موافق در نظر می‌گیریم:



حال طبق قضیه‌ی جمع آثار، جریان i را می‌توان به‌صورت مجموع پاسخ دو مدار مقابل در نظر گرفت:

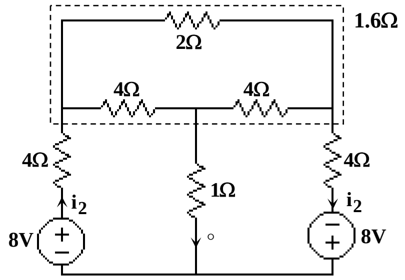


در این مدار ولتاژ نقاط A و A′ یکسان است و داریم $i_۱ = i'_۱$. با نوشتن رابطه‌ی KVL در حلقه‌ی سمت چپ داریم:

$$-۱۲ + ۴i_۱ + ۴i_۱ + ۱\times(i_۱ + i_۱) = ۰$$

$$\Rightarrow ۱۰i_۱ = ۱۲ \Rightarrow i_۱ = \frac{۶}{۵}A$$

در این مدار منابع ۸ ولتی جریان‌های مساوی اما مخالف در مقاومت ۱ اهم تولید می‌کنند؛ پس جریان این مقاومت صفر است. حال داریم:



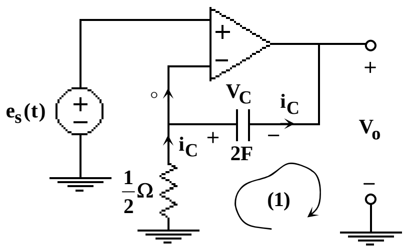
$$KVL: -۸ + ۴i_۲ + ۱/۶i_۲ + ۴i_۲ - ۸ = ۰$$

$$\Rightarrow i_۲ = \frac{۱۶}{۹/۶} = \frac{۵}{۳}A$$

بنابراین داریم:

$$i = i_۱ + i_۲ = \frac{۶}{۵} + \frac{۵}{۳} = \frac{۴۳}{۱۵}A$$

۱۷ـ گزینه «۴» با توجه به این‌که در آپامپ ایده‌آل جریان پایه‌های ورودی صفر است، مطابق شکل داریم:



$$KVL\,(۱): \frac{۱}{۲}i_C + V_C + V_o = ۰ \Rightarrow V_o = -\frac{۱}{۲}i_C - V_C \qquad (۱)$$

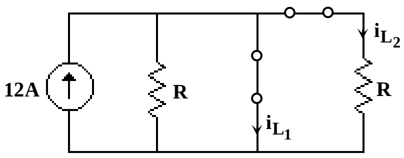
با توجه به نمودار ترسیم‌شده، در بازه‌ی زمانی $۰ < t < ۱$ ثانیه، $V_C = t$ بوده، و جریان خازن برابر است با:

$$i_C = ۲\frac{dV_C}{dt} = ۲\times۱ = ۲A$$

بنابراین طبق رابطه‌ی (۱) داریم:

$$V_o = -\frac{۱}{۲}\times۲ - t = -t - ۱$$

۱۸ـ گزینه «۳» ابتدا مدار را در حالتی‌که کلید بسته است، تحلیل کرده و جریان سلف‌ها را محاسبه می‌کنیم. در این وضعیت با فرض آن‌که مدار در حالت دائمی باشد، سلف‌ها همچون اتصال کوتاه عمل می‌کنند. بنابراین مدار به‌شکل روبه‌رو مدل می‌شود:



مشخص است که تمام جریان منبع ۱۲ آمپری از $L_۱$ می‌گذرد و داریم:

$$i_{L_۱}=۱۲A\ ,\ i_{L_۲}=۰$$

پس از باز شدن کلید، دو سلف موجود در مدار با یکدیگر سری‌شده و جریانشان یکی می‌شود. مقدار جریان $i_{L_۱}$ بلافاصله پس از باز شدن کلید برابر است با:

$$i_{L_۱}(۰^+)=\frac{i_{L_۱}(۰^-)-۲i_{L_۲}(۰^-)}{L_۱+L_۲}=\frac{۱۲-۰}{۲+۱}=۴A$$

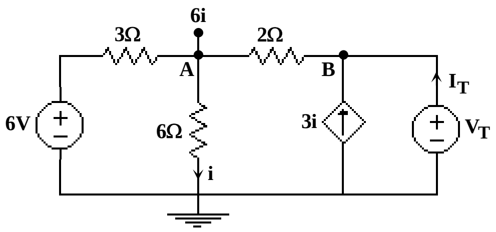
در ادامه مدار همچون یک مدار مرتبه اول با ثابت زمانی $\tau=\frac{L_۱+L_۲}{R}=\frac{۳}{R}$ عمل می‌کند. پس پاسخ $i_{L_۱}$ برابر است با:

$$i_{L_۱}(t)=\underbrace{i_{L_۱}(\infty)}_{۰}+[\underbrace{i_{L_۱}(۰^+)}_{۴}-\underbrace{i_{L_۱}(\infty)}_{۰}]e^{-\frac{t}{\tau}}=۴e^{-\frac{R}{۳}t}$$

مقدار $i_{L_۱}$ در لحظه‌ی $t=۱$ ثانیه باید برابر ۲ آمپر باشد، یعنی:

$$۴e^{-\frac{R}{۳}\times ۱}=۲\Rightarrow e^{\frac{R}{۳}}=۲\xrightarrow{Ln()}\frac{R}{۳}=Ln۲\Rightarrow R=۳Ln۲=Ln۸\Omega$$

۱۹ـ گزینه «۱» باید مدار معادل تونن را از دو سر a و b پیدا کنیم. برای این کار منبع ولتاژ تست V_T را در دو سر a و b قرار داده و رابطه V_T با I_T که جریان عبوری از منبع می‌باشد را به‌دست می‌آوریم:



با نوشتن روابط KCL در گره‌های A و B داریم:

$$KCL\ A:\frac{۶i-۶}{۳}+i+\frac{۶i-V_T}{۲}=۰\Rightarrow ۶i-\frac{V_T}{۲}-۲=۰\Rightarrow i=\frac{V_T}{۱۲}+\frac{۱}{۳}\quad (۱)$$

$$KCL\ B:\frac{V_T-۶i}{۲}-۳i-I_T=۰\Rightarrow -۶i+\frac{V_T}{۲}-I_T=۰\xrightarrow{(۱)}-\frac{V_T}{۲}-۲+\frac{V_T}{۲}-I_T=۰\Rightarrow I_T=-۲A$$

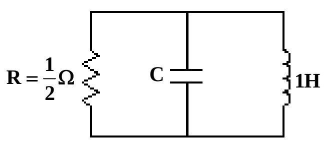
می‌بینیم که مقدار جریان I_T ثابت بوده و مستقل از V_T است؛ بنابراین مدار همچون یک منبع جریان مستقل (نابسته) عمل می‌کند.

۲۰ـ گزینه «۲» سعی می‌کنیم دو سلف موجود در مدار را با یک سلف معادل جایگزین کرده و سپس وضعیت میرایی مدار را تعیین کنیم. در سلف‌های سری جریان سلف‌ها یکسان بوده و با توجه به رابطه $V=\frac{d\varphi}{dt}$، شار معادل سلف‌ها همچون ولتاژ آن‌ها جمع می‌شود. پس دو سلف موجود در مدار همچون سلف واحدی عمل می‌کند که جریان و شارش برابر است با:

$$i_e=i_۱=i_۲$$

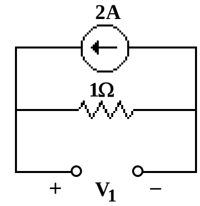
$$\varphi_e=\varphi_۱+\varphi_۲=-i_۱^۳+i_۲^۳+i_۲=-i_e^۳+i_e^۳+i_e=i_e\Rightarrow \varphi_e=i_e$$

با توجه به رابطه‌ی $\varphi_e=i_e$، سلف معادل یک سلف خطی با ظرفیت ۱ هانری است. حال وضعیت میرایی مدار را با محاسبه‌ی ضریب کیفیت آن مشخص می‌کنیم. در مدار RLC موازی زیر داریم:



$$Q=R\sqrt{\frac{C}{L}}=\frac{۱}{۲}\times\sqrt{\frac{C}{۱}}=\frac{\sqrt{C}}{۲}<\frac{۱}{۲}$$

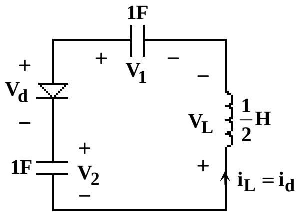
با توجه به این‌که مقدار C کوچکتر از یک است، مقدار Q کوچکتر از $\frac{۱}{۲}$ بوده و مدار در حالت میرایی شدید قرار دارد.



۲۱ــ گزینه «۲» در گام اول ولتاژ $V_۱$ را در لحظه‌ی صفر محاسبه می‌کنیم. در $t<۰$، i_S برابر ۲ آمپر بوده و کلید در وضعیت OA قرار دارد. با فرض آن‌که مدار در حالت دائمی باشد، خازن همچون مدار باز عمل کرده و داریم:

$$V_۱(۰)=۲\times۱=۲V$$

با تغییر وضعیت کلید به حالت OB و با فرض روشن بودن دیود، یک مدار LC خواهیم داشت:



خازن معادل در این مدار برابر است با:

$$C_{eq}=\frac{۱}{۲}F$$

بنابراین فرکانس نوسانات مدار برابر $\omega=\frac{۱}{\sqrt{LC}}=\frac{۱}{\sqrt{\frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۲}}}=۲\frac{rad}{s}$ می‌باشد. در لحظه‌ی اول ولتاژ $V_۱-V_۲=۲-۱=۱V$ بر روی دیود قرار گرفته و دیود روشن می‌شود. پس از آن ولتاژ دیود بلافاصله صفر شده و این ولتاژ مثبت بر روی سلف قرار گرفته و جریان سلف شروع به افزایش می‌کند. روشن بودن دیود تا زمانی ادامه پیدا می‌کند که جریان سلف مثبت باشد. حال با در نظر گرفتن شرایط اولیه مدار یعنی $i_L(۰^+)=۰$، $V_۱(۰^+)=۲V$ و $V_۲(۰^+)=۱V$، تابع تغییرات جریان سلف را محاسبه می‌کنیم:

$$i_L(t)=A\sin۲t+B\cos۲t \quad , \quad t\geq۰$$

$$i_L(۰^+)=B=۰$$

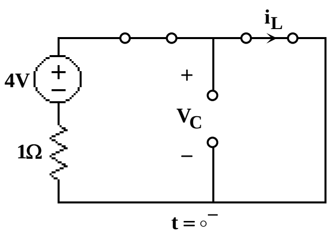
$$V_L(t)=\frac{۱}{۲}\frac{di_L}{dt}=A\cos۲t \ , \ V_L(۰^+)=V_۱(۰^+)-V_۲(۰^+)=۲-۱=۱V \Rightarrow V_L(۰^+)=A=۱$$

$$\Rightarrow i_L(t)=\sin۲t$$

حال باید ببینیم تا چه زمانی i_L مثبت باقی می‌ماند:

$$i_L(t)=\sin۲t\geq۰ \Rightarrow ۲t<\pi \Rightarrow t<\frac{\pi}{۲}s$$

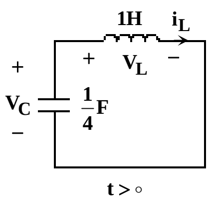
بنابراین زمان هدایت دیود $\frac{\pi}{۲}$ ثانیه خواهد بود. لازم به ذکر است با صفر شدن i_L دیود خاموش شده و مدار در شرایط ماندگار قرار می‌گیرد.



۲۲ــ گزینه «۴» ابتدا با تحلیل مدار در $t=۰^-$، شرایط اولیه مدار را به‌دست می‌آوریم. در این لحظه خازن مدار باز و سلف اتصال کوتاه است:

$$i_L(۰^-)=\frac{۴}{۱}=۴A$$

$$V_C(۰^-)=۰$$



در $t>۰$ با باز شدن کلید یک مدار LC سری با شرایط اولیه‌ی $V_C(۰^+)=۰$ و $i_L(۰^+)=۴A$ خواهیم داشت. فرکانس طبیعی این مدار برابر است با:

$$\omega=\frac{۱}{\sqrt{LC}}=\frac{۱}{\sqrt{۱\times\frac{۱}{۴}}}=۲\frac{rad}{s}$$

بنابراین پاسخ $i_L(t)$ به شکل زیر است:

$$i_L(t)=A\sin۲t+B\cos۲t$$

حال با توجه به شرایط اولیه مدار، مقادیر A و B را مشخص می‌کنیم:

$$i_L(0^+)=B=4$$

$$V_L(t)=\frac{di_L}{dt}=2A\cos 2t-2B\sin 2t \Rightarrow V_L(0^+)=2A=V_C(0^+)=0 \Rightarrow A=0$$

$$\Rightarrow i_L(t)=4\cos 2t$$

پاسخ $V_C(t)$ نیز به‌راحتی محاسبه می‌شود:

$$V_C(t)=V_L(t)=\frac{di_L}{dt}=-8\sin 2t$$

حال می‌توان نوشت:

$$\sin^2 2t+\cos^2 2t=1 \Rightarrow \left(\frac{V_C}{-8}\right)^2+\left(\frac{i_L}{4}\right)^2=1 \Rightarrow \frac{V_C^2}{64}+\frac{i_L^2}{16}=1 \xrightarrow{\times 64} V_C^2+4i_L^2=64$$

با فرض $x_1=i_L$ و $x_2=V_C$، مسیر حالت به شکل $4x_1^2+x_2^2=64$ خواهد بود.

۲۳ـ گزینه «۱» با توجه به موازی بودن تمامی المان‌های مدار، ولتاژ خازن یا x_2، ولتاژ سلف که برابر مشتق جریان سلف یا x_1 است و ولتاژ مقاومت یا V_R با هم برابرند:

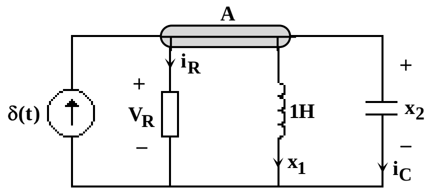
$$x_2=\dot{x}_1=V_R \qquad (1)$$

حال جریان i_R و جریان خازن را برحسب x_2 محاسبه می‌کنیم:

$$i_R=\frac{1}{V_R}\xrightarrow{(1)} i_R=\frac{1}{x_2} \qquad (2)$$

$$i_C=\frac{dq}{dt}=\frac{d}{dt}(x_2^2)=2\dot{x}_2 x_2 \qquad (3)$$

مطابق شکل با نوشتن رابطه‌ی KCL در گره‌ی A داریم:

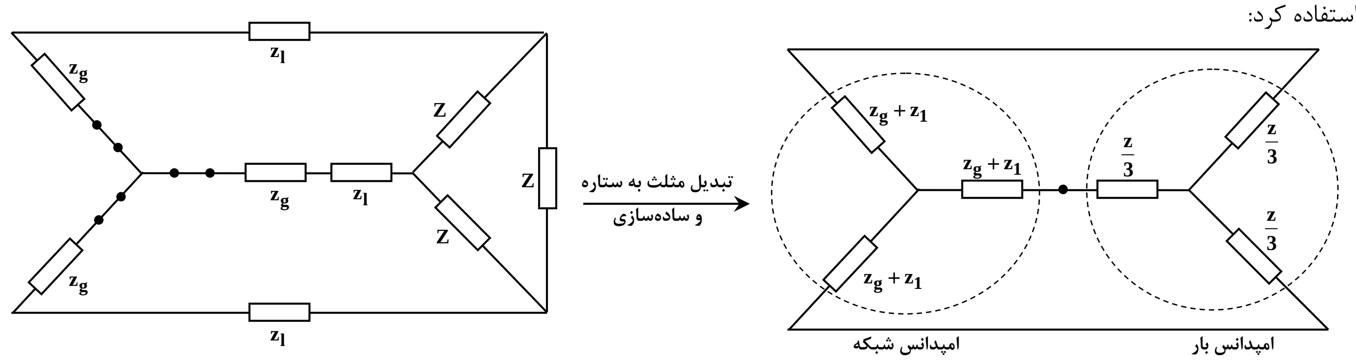


$$\text{KCL A}: -\delta(t)+i_R+x_1+i_C=0 \xrightarrow{(2)\,\text{و}\,(3)} -\delta(t)+\frac{1}{x_2}+x_1+2\dot{x}_2 x_2=0 \Rightarrow \dot{x}_2=-\frac{1}{2x_2^2}-\frac{x_1}{2x_2}+\frac{\delta(t)}{2x_2} \qquad (4)$$

از روابط (۱) و (۴) معادلات حالت مدار به شکل زیر به‌دست می‌آید:

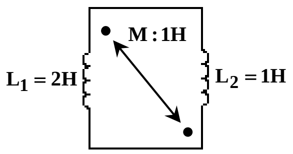
$$\begin{cases} \dot{x}_1=x_2 \\ \dot{x}_2=-\dfrac{1}{2x_2^2}-\dfrac{x_1}{2x_2}+\dfrac{\delta(t)}{2x_2} \end{cases}$$

۲۴ـ گزینه «۴» این مدار یک مدار سه‌فاز متعادل است. برای تحلیل مدار همچون مدارهای معمول می‌توان منابع مدار را خاموش کرد و امپدانس معادل مدار را به‌دست آورده و سپس با استفاده از تکنیک تطبیق امپدانس مقدار Z را محاسبه کرد. منتها با توجه به سه‌فاز بودن مدار، امپدانس معادل مدار به شکل یک امپدانس ستاره‌ای‌شکل به‌دست می‌آید. لذا امپدانس بار نیز باید از ساختار مثلثی به ساختار ستاره‌ای تبدیل شود تا بتوان از قضیه تطبیق امپدانس استفاده کرد:



$$\frac{Z}{3}=(Z_g+Z_1)^* \Rightarrow Z=3\times(0.2+j0.5+0.8+j0.1)^*=3\times(1+j0.6)^*=(3-j1.8)\Omega$$

۲۵ــ گزینه «۳» ابتدا مدار را به شکل یک مدار RLC موازی درمی‌آوریم. برای این کار سه سلف موجود در مدار را با سلف معادلشان جایگزین می‌کنیم. برای محاسبه‌ی اندوکتانس معادل دو سلف موازی از رابطه‌ی زیر استفاده می‌کنیم:



$$L_{eq} = \frac{L_۱L_۲ - M^۲}{L_۱ + L_۲ + ۲M} = \frac{۲\times۱ - ۱^۲}{۲+۱+۲} = \frac{۱}{۵}H$$

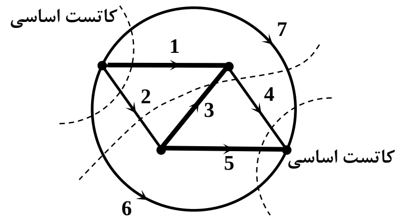
بنابراین اندوکتانس معادل مدار برابر است با: $L = \frac{۴}{۵} + \frac{۱}{۵} = ۱H$

برای آن‌که مدار دارای فرکانس طبیعی مضاعف باشد باید میرایی بحرانی باشد و ضریب کیفیت $\frac{۱}{۲}$ داشته باشد. در مدار RLC موازی این امر با ارضای رابطه‌ی مقابل محقق می‌شود: $Q = R\sqrt{\frac{C}{L}} = \frac{۱}{۲} \Rightarrow ۱\times\sqrt{\frac{C}{۱}} = \frac{۱}{۲} \Rightarrow C = \frac{۱}{۴}F$

۲۶ــ گزینه «۱» گراف دارای ۴ گره و بنابراین $۳ = ۱ - ۴$ شاخه‌ی درخت می‌باشد. می‌دانیم که در هر گراف برای هر لینک مجزا یک حلقه‌ی اساسی واحد وجود دارد که شامل آن لینک و تعدادی شاخه‌ی درخت می‌باشد. بنابراین شاخه‌های درخت می‌توانند میان حلقه‌های اساسی مشترک باشند. با نگاهی به حلقه‌های اساسی مشخص است که شاخه‌های ۱، ۳ و ۵ حداقل در ۲ حلقه ظاهر شده‌اند و بنابراین شاخه‌های درخت هستند:

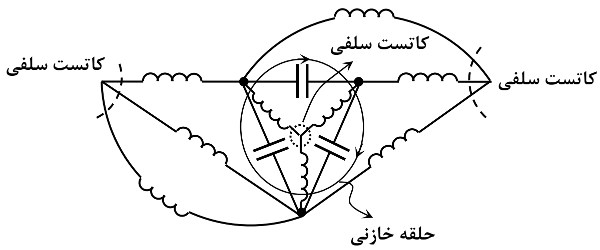
{۲۱۳, ۴۳۵, ۷۱۳۵, ۶۱۳۵}

واضح است که شاخه‌های ۲، ۴، ۶ و ۷ نیز لینک‌ها می‌باشند. با مشخص شدن شاخه‌های درخت، کاتست‌های اساسی نیز به‌راحتی معلوم می‌گردند:

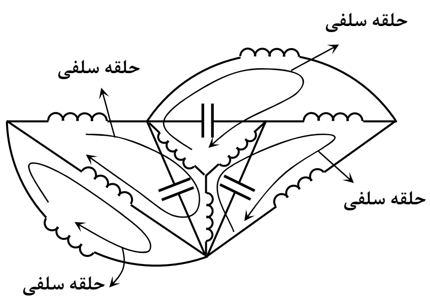


{۱۲۶۷, ۳۲۶۴۷, ۵۶۴۷}

۲۷ــ گزینه «۲» مدار دارای ۹ سلف و ۳ خازن و بنابراین ۱۲ عنصر ذخیره‌کننده انرژی است. بنابراین حداکثر از مرتبه‌ی ۱۲ می‌باشد. مطابق شکل مشخص است که مدار ۳ کاتست سلفی و یک حلقه‌ی خازنی دارد و بنابراین مرتبه‌ی آن $۸ = ۱ - ۳ - ۱۲$ می‌باشد.



از طرفی مدار دارای ۴ حلقه‌ی سلفی مستقل نیز می‌باشد. بنابراین تعداد فرکانس‌های طبیعی غیرصفر برابر $۸ - ۴ = ۴$ است.



۲۸ـ گزینه «۴» با جایگزینی خازن‌های یک فارادی به جای سلف‌های مدار، $\frac{۱}{S}$ در تابع تبدیل $H(S)$ جایگزین S خواهد شد، چرا که $H(S)$ مستقیماً متأثر از امپدانس سلف‌های مدار می‌باشد و با جایگزینی آنها امپدانس این عناصر از S به $\frac{۱}{S}$ تغییر خواهد کرد. بنابراین داریم:

$$H_{new}(S)=\frac{\frac{۲}{S}}{\frac{۱}{S^{۲}}+\frac{۲}{S}+۳}=\frac{۲S}{۳S^{۲}+۲S+۱}$$

حال برای محاسبه‌ی V_o در شرایط تحریک $i_S=\cos t$، $H_{new}(j)$ را به‌دست می‌آوریم:

$$H_{new}(j)=\frac{j۲}{۳\times j^{۲}+j۲+۱}=\frac{j۲}{-۲+j۲}=\frac{۱-j}{۲}=\frac{\sqrt{۲}}{۲}e^{-j۴۵^\circ}$$

اکنون مقادیر فازوری I_o و V_o به‌راحتی به‌دست می‌آید:

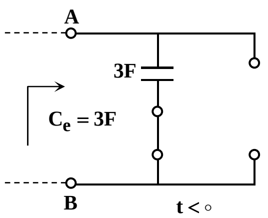
$$I_o=I_S\times H_{new}(j)=۱\times\frac{\sqrt{۲}}{۲}e^{-j۴۵^\circ}=\frac{\sqrt{۲}}{۲}e^{-j۴۵^\circ}$$

$$V_o=\underbrace{Z_C}_{\text{امپدانس خازن ۱ فارادی}}\times I_o=-j\times\frac{\sqrt{۲}}{۲}e^{-j۴۵^\circ}=\frac{\sqrt{۲}}{۲}e^{-j۱۳۵^\circ}$$

حال در حوزه‌ی زمان داریم:

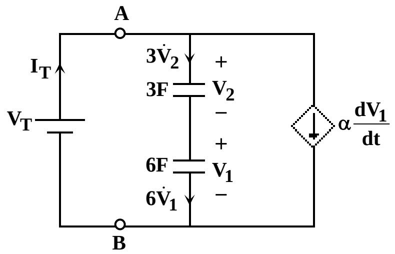
$$V_o(t)=\frac{۱}{\sqrt{۲}}\cos(t-۱۳۵^\circ)$$

۲۹ـ گزینه «۲» در $t<۰$ زمانی‌که کلید K بسته است، $V_۱$ صفر بوده و منبع جریان وابسته‌ی مدار خاموش است. در این زمان اگر از دو سر خازن یک فارادی در مرکز مدار به سمت راست نگاه کنیم صرفاً یک خازن ۳ فارادی می‌بینیم:



حال زمان‌های $t>۰$ را در نظر گرفته و از همان نقاط به مدار نگاه می‌کنیم. در این حالت نیز باید یک خازن معادل ۳ فارادی در دو سر A و B داشته باشیم تا ثابت زمانی مدار همچون حالت قبل باشد. حال مطابق شکل مقدار این خازن را محاسبه می‌کنیم. برای این کار منبع ولتاژ تست V_T را در دو سر A و B قرار داده و رابطه‌ی $\dot{V}_T$ و I_T را به‌دست می‌آوریم.

مطابق شکل داریم:



$$۳\dot{V}_۲=۶\dot{V}_۱\Rightarrow\dot{V}_۲=۲\dot{V}_۱\qquad(۱)$$

$$KVL: V_T=V_۱+V_۲\qquad(۲)\Rightarrow\dot{V}_T=\dot{V}_۱+\dot{V}_۲\xrightarrow{(۱)}\dot{V}_۱=\frac{\dot{V}_T}{۳}\qquad(۳)$$

$$KCL\,A: I_T=۶\dot{V}_۱+\alpha\dot{V}_۱\xrightarrow{(۳)}I_T=\frac{۶+\alpha}{۳}\dot{V}_T$$

با توجه به رابطه‌ی فوق مدار مشابه یک خازن با ظرفیت $\frac{۶+\alpha}{۳}$ عمل می‌کند. حال باید داشته باشیم:

$$\frac{۶+\alpha}{۳}=۳\Rightarrow\alpha=۳$$

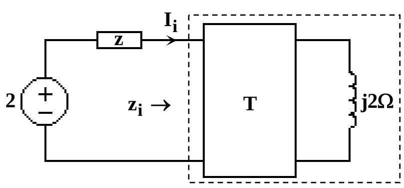
۳۰ـ هیچ‌کدام از گزینه‌ها صحیح نیست. امپدانس ورودی شبکه‌ی دوقطبی با ماتریس T داده شده را می‌توان با استفاده از رابطه‌ی زیر محاسبه کرد:

$$Z_i=\frac{AZ_L+B}{CZ_L+D}=\frac{۳\times S+۲}{۱\times S+۲S}=\frac{۳S+۲}{۳S}=۱+\frac{۲}{۳S}$$

در حالت دائمی سینوسی و با فرکانس تحریک $\omega=۲\frac{rad}{sec}$، فازور Z_i برابر است با:

$$Z_i(j۲)=۱+\frac{۲}{۳\times j۲}=(۱-\frac{j}{۳})\Omega$$

برای آن‌که توان دوقطبی ماکزیمم شود، باید توان شبکه‌ی سمت راست مدار متشکل از دوقطبی و سلف یک هانری ماکزیمم شود. با توجه به ثابت بودن ساختار این شبکه کافی است دامنه‌ی جریان ورودی شبکه ماکزیمم شود. این جریان در حالت فازوری برابر است با:



$$I_i=\frac{۲}{Z+Z_i}=\frac{۲}{Z+۱-\frac{j}{۳}}$$

اگر امپدانس Z را به شکل $R+jX$ در نظر بگیریم، داریم:

$$I_i=\frac{۲}{R+jX+۱-j\frac{۱}{۳}}=\frac{۲}{R+۱+j(X-\frac{۱}{۳})}\Rightarrow |I_i|=\frac{۲}{\sqrt{(R+۱)^۲+(X-\frac{۱}{۳})^۲}}$$

مطابق رابطه‌ی فوق برای آن‌که $|I_i|$ ماکزیمم باشد باید X برابر $\frac{۱}{۳}$ و R برابر صفر باشد. یعنی Z باید یک سلف با اندوکتانس $\frac{۱}{۶}$ هانری باشد:

$$L=\frac{X}{\omega}=\frac{\frac{۱}{۳}}{۲}=\frac{۱}{۶}H$$

می‌بینیم که این پاسخ در میان گزینه‌ها موجود نیست. به نظر می‌رسد که در اصل ماکزیمم شدن توان خود امپدانس Z مدنظر طراح سؤال بوده است که در این حالت با استفاده از قضیه‌ی انتقال توان حداکثر داریم:

$$R+jX=Z_i^*=۱+\frac{j}{۳}\Rightarrow\begin{cases}R=۱\Omega\\ X=\frac{۱}{۳}\Omega\Rightarrow L=\frac{X}{\omega}=\frac{\frac{۱}{۳}}{۲}=\frac{۱}{۶}H\end{cases}$$

در این حالت Z می‌تواند یک مدار RL سری با مقادیر $R=۱\Omega$ و $L=\frac{۱}{۶}H$ باشد.